

Neki zadatci za provjeru znanja:

1. Zapisati kao određeni integral limese suma:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n x_i^3 \sin x_i \Delta x, x \in [0, \pi];$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [(x_i^*)^2 - x_i^*] \Delta x, x \in [0, 1];$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt[3]{(\bar{x}_i)^2} \Delta x, x \in [0, 4];$

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n x_{i-1} e^{x_{i-1}} \Delta x, x \in [0, 1].$

2. Aproximirati integral $\int_0^4 (x^2 - 3x) dx$ sumama L_8, D_8 i M_8 . Ilustrirati slikom.

3. Koristeći $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} D_n$ izračunati integrale

(a) $\int_0^2 (2 - x^2) dx;$

(b) $\int_0^5 (1 + 2x^3) dx.$

4. Nacrtati graf funkcije $f(x) = \begin{cases} 4 - \frac{1}{2}x, & x \in [0, 2) \\ -\sqrt{4 - (x - 4)^2}, & x \in [2, 6) \\ x - 7, & x \in [6, 7] \end{cases}$ i

izračunavanjem površina odgovarajućih ravninskih likova izračunati određene integrale:

(a) $\int_0^2 f(x) dx;$

(b) $\int_2^6 f(x) dx;$

(c) $\int_0^7 f(x) dx.$

5. Ako je $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_0^4 f(x)dx = -6$, $\int_3^4 f(x)dx = 1$ izračunati $\int_1^3 f(x)dx$.

6. Izračunavanjem površina odgovarajućih ravninskih likova izračunati integrale:

(a) $\int_1^3 (1 + 2x)dx$;

(b) $\int_{-3}^0 (1 + \sqrt{9 - x^2}) dx$;

(c) $\int_2^2 (1 - |x|)dx$;

(d) $\int_0^3 |3x - 5| dx$.

7. Nacrtaj površine koju predstavljaju integrali:

(a) $\int_0^{27} \sqrt[3]{x}dx$;

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$;

(c) $\int_{-1}^2 |x - x^2| dx$.

8. Vrijede li tvrdnje i obrazloži zašto:

(a) Ako je f neprekidna funkcija na $[a, b]$ i $f(x) \geq 0$ tada je $\int_a^b \sqrt{f(x)}dx = \left(\int_a^b f(x)dx \right)^{\frac{1}{2}}$.

(b) $\int_{-2}^2 \arcsin \sqrt{x}dx = 0$.

(c) Ako je f' neprekidna funkcija na $[1, 3]$ tada je $\int_1^3 f'(v)dv = f(3) - f(1)$.

(d) Ako su f i g neprekidne funkcije na $[a, b]$ i $f(x) \geq g(x) \geq 0$, $x \in [a, b]$ tada je $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$.

9. Vrijede li tvrdnje i obrazloži zašto:

(a) $\int_{-1}^1 \left(x^5 + \frac{\sin x}{1+x^2} \right) dx = 0.$

(b) $\int_0^4 \frac{x}{1+x^2} dx = \ln \sqrt{15}.$

(c) $\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{2}} dx$ je konvergentan.

10. Vrijede li tvrdnje i obrazloži zašto:

(a) Ako su f i g neprekidne funkcije na $[a, b]$ tada je $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

(b) Ako su f i g neprekidne funkcije na $[a, b]$ tada je $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \left(\int_a^b f(x) dx \right) \cdot \left(\int_a^b g(x) dx \right).$

(c) Ako je f neprekidna funkcija na $[a, b]$ tada je $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(s) ds.$