

Ime i prezime \_\_\_\_\_

Z1.	Z2.	Z3.	Z4.	Z5.	Z6.	$\sum = 100$

### ZADACI

#### Z1. (7+10 bodova)

- a) Riješite kongruenciju  $1152x \equiv 417 \pmod{1419}$ . (**Rez:**  $x \equiv 312, 785, 1258 \pmod{1419}$ )  
 b) Riješite sustav kongruencija

$$x \equiv 31 \pmod{36}, \quad x \equiv 49 \pmod{54}, \quad x \equiv 7 \pmod{30}.$$

(**Rez:**  $x \equiv 427 \pmod{540}$ )

#### Z2. (10+11 bodova)

- a) Odredite sve prirodne brojeve  $n$  takve da je  $\varphi(n) = 18$ .  
 (**Rez:**  $n = 19, 38, 27, 54$ )  
 b) Koliko ima primitivnih korijena modulo 43? Nađite najmanji primitivni korijen, te pomoću indeksa riješite kongruenciju  $41x^9 \equiv 22 \pmod{43}$ .  
 (**Rez:** 12, 3,  $x \equiv 3, 22, 18 \pmod{43}$ )

#### Z3. (9+7 bodova)

- a) Odredite sve neparne proste brojeve  $p$  takve da je  $\left(\frac{40}{p}\right) = -1$ .  
 (**Rez:**  $p \equiv 11, 21, 19, 29, 17, 7, 33, 23 \pmod{40}$ )  
 b) Izračunajte  $\left(\frac{40}{77}\right)$  i  $\left(\frac{40}{403}\right)$ . Je li 40 kvadratni ostatak modulo 77? Je li 40 kvadratni ostatak modulo 403? Zašto? (**Rez:** 1, 1, DA, NE)

#### Z4. (9+6 bodova)

- a) Odredite sve reducirane forme s diskriminantom  $-88$  i  $h(-88)$ ;  
 (**Rez:**  $(1, 0, 22), (2, 0, 11), h(-88) = 2$ )  
 b) Odredite reduciranu kvadratnu formu ekvivalentnu s  $129x^2 + 308xy + 222y^2$ .  
 (**Rez:**  $f(x, y) = 43x^2 + 36xy + 122y^2$ )

#### Z5. (5+7 bodova)

- a) Razvijte u jednostavni verižni razlomak  $\frac{129}{341}$ ; (**Rez:**  $[0, 2, 1, 1, 1, 4, 9]$ )  
 b) Razvijte u jednostavni verižni razlomak  $\frac{1+\sqrt{13}}{5}$ ; (**Rez:**  $[0, 1, \overline{11}, 1, 2]$ )

#### Z6. (9+10 bodova)

- a) Nađite najmanje rješenje u prirodnim brojevima Pellovih jednadžbi  $x^2 - 57y^2 = 1$  i  $x^2 - 57y^2 = -1$  (ako postoje). (**Rez:**  $(x, y) = (151, 20)$ , nema)  
 b) Nađite sve Pitagorine trokute kojima je jedna stranica jednaka 143.  
 (**Rez:**  $(143, 10224, 10225)$ ,  $(143, 24, 145)$ ,  $(55, 132, 143)$ ,  $(143, 924, 935)$ ,  $(143, 780, 793)$ )