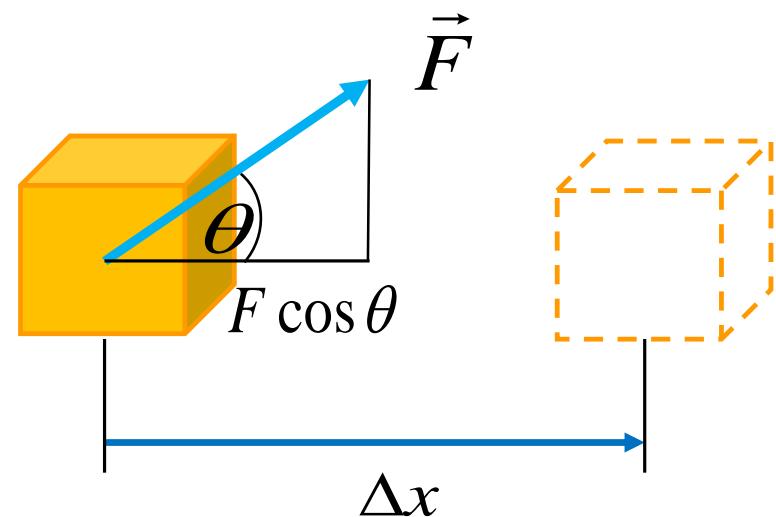


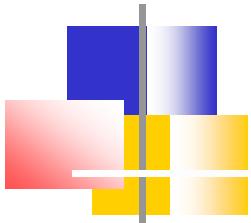
Rad

Rad, W , konstantne sile na tijelo definira se kao produkt komponente sile duž smjera pomaka i iznosa pomaka.

$$W \equiv (F \cos \theta) \Delta x$$

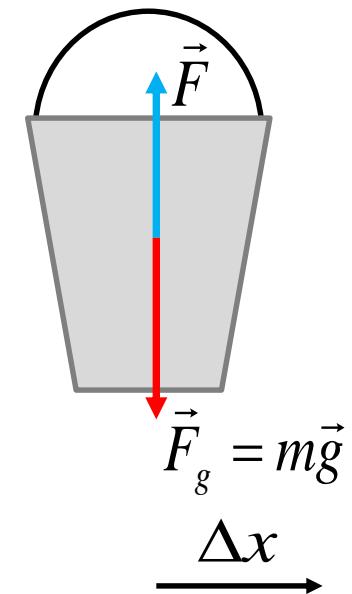
- $(F \cos \theta)$ je komponenta sile duž smjera pomaka
- Δx je pomak





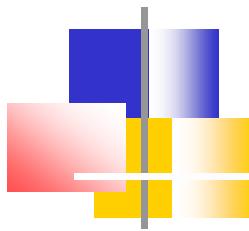
Rad je nula kad:

- nema pomaka (držimo vjedro)
- sila i pomak su međusobno okomiti, kako je $\cos 90^\circ = 0$ (ako nosimo vjedro horizontalno, rad gravitacije je nula)



Rad je:

- Skalarna veličina
- Ako više sila djeluje na tijelo, ukupan rad je algebarski zbroj radova svih sila $W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$
- Jedinica rada je joule ($J=N\text{ m}$)



Problem:

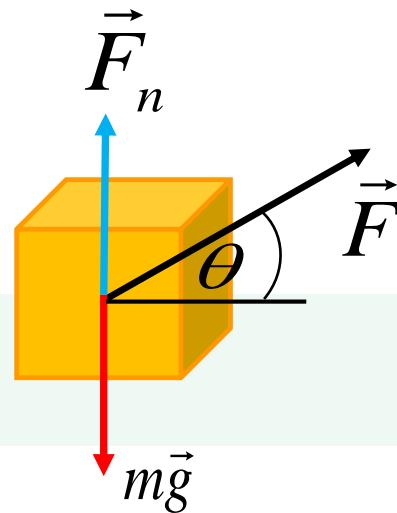
$$\theta = 30^\circ$$

$$F = 55.0 \text{ N}, \quad \Delta x = 3.00 \text{ m}$$

$$W_F = ?$$

$$W_{Fn} = ?$$

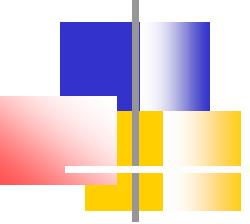
$$W_{mg} = ?$$



$$W_F = (F \cos \theta) \Delta x = (55.0 \text{ N})(\cos 30.0^\circ)(3.00 \text{ m}) = 143 \text{ N} \cdot \text{m} = \underline{143 \text{ J}}$$

$$W_{Fn} = (F_n \cos \theta) \Delta x = (F_n)(\cos 90.0^\circ)(3.00 \text{ m}) = \underline{0 \text{ J}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Nema rada ako je sila okomita na pomak.}$$

$$W_{mg} = (mg \cos \theta) \Delta x = (\cos(-90.0^\circ))(3.00 \text{ m}) = \underline{0 \text{ J}}$$



Kinetička energija

Neka konstantna sila djeluje u smjeru pomaka. Tada je

$W = F\Delta x = (ma)\Delta x$, te po izrazu za brzinu kod jednoliko ubrzanog gibanja

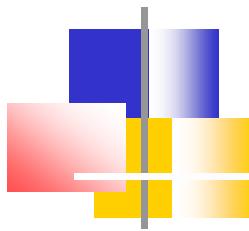
$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x \Rightarrow a \cdot \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2}, \text{ gdje je } v_0 \text{ početna brzina, imamo}$$

$$W = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2} \right) = \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\text{ }} - \underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{\text{ }}.$$

Ova veličina se zove **kinetička energija**:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W = E_{k_f} - E_{k_i} = \Delta E_k$$



Potencijalna energija

Gravitacijska potencijalna energija

$$W_{grav} = (F \cos \theta) \Delta y = (mg \cos \theta) \Delta y,$$

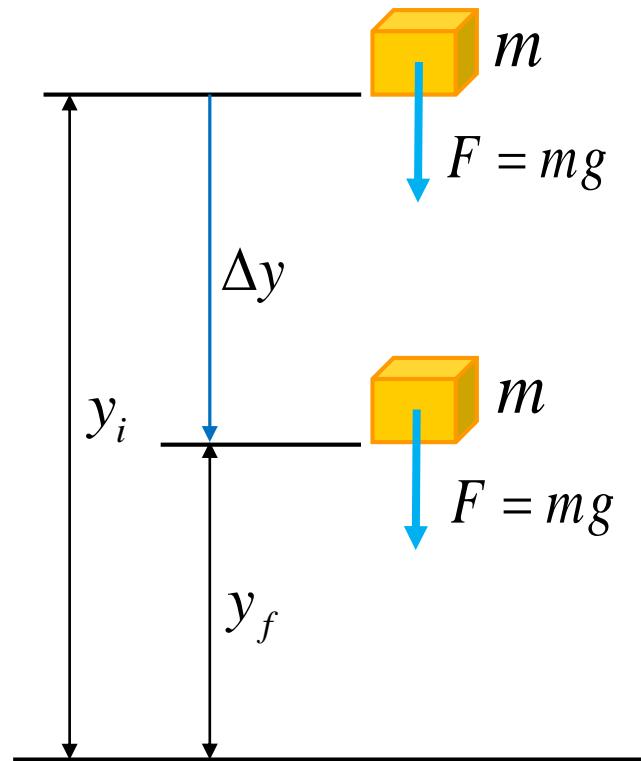
$$\Delta y = y_i - y_f, \cos \theta = 1,$$

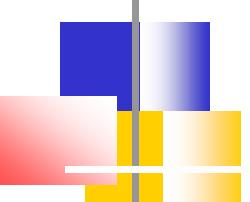
$$W_{grav} = mg(y_i - y_f) = \underbrace{mgy_i}_{\text{Initial potential energy}} - \underbrace{mgy_f}_{\text{Final potential energy}}.$$

Ova veličina se zove **potencijalna energija**:

$$U = mgy$$

$$W_{grav} = U_i - U_f$$





Zakon očuvanja energije

Sila je **konzervativna** ako rad koji ona vrši ne ovisi o putu.

Sila je **nekonzervativna** ako rad koji ona vrši ovisi o putu.

Primjer. Gravitacijska sila je konzervativna.

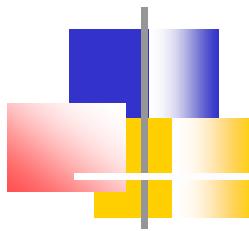
Za tijelo koje je pod djelovanjem konzervativne sile ukupna mehanička energija tijela E je suma kinetičke energije i potencijalne

$$E = E_k + U.$$

Ako na tijelo djeluju samo konzervativne sile, ukupna mehanička energija je konstanta

$$E_i = E_f$$

$$E_{k_i} + U_i = E_{k_f} + U_f$$



Snaga

Snaga je definirana kao omjer izvršenog rada u vremenu

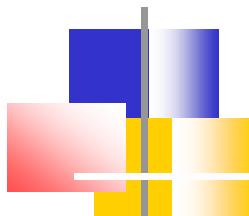
$$P = \frac{W}{t}$$

Jedinica snage je vat (W)

$$W = \frac{J}{s} = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}$$

Problem: Motor automobila A ima veću snagu nego motor automobila B.

- (1) Motori A i B mogu obaviti isti rad u istom vremenu
- (2) U istom vremenu motor B može obaviti veći rad
- (3) Motori A i B mogu obaviti isti rad, ali ga motor A obavi brže



Gravitacija

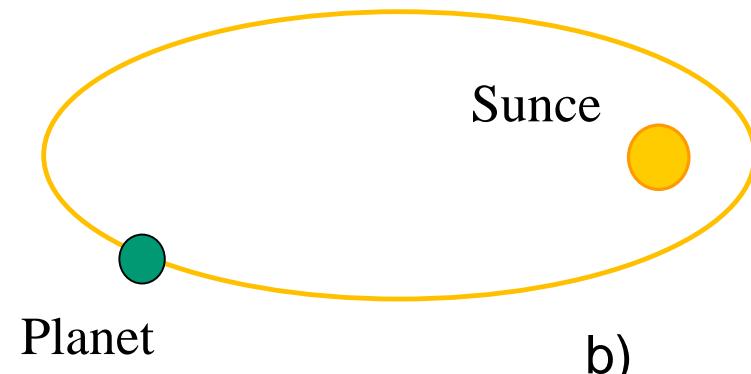
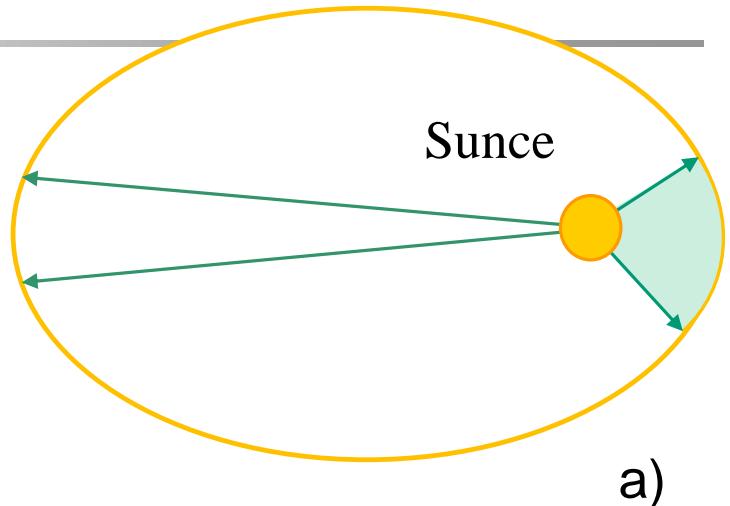
Keplerovi zakoni

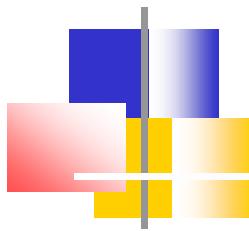
1. **Keplerov zakon:** Svaki planet se giba po elipsi u čijem se jednom žarištu nalazi Sunce (Slika b).

2. **Keplerov zakon:** Vektor koji ide od središta Sunca do središta planeta u jednakim vremenskim intervalima prebriše iste površine (Slika a).

3. **Keplerov zakon:** Kvadrati ophodnih vremena planeta oko Sunca odnose se kao kubovi velikih poluosi njihovih eliptičkih putanja

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$



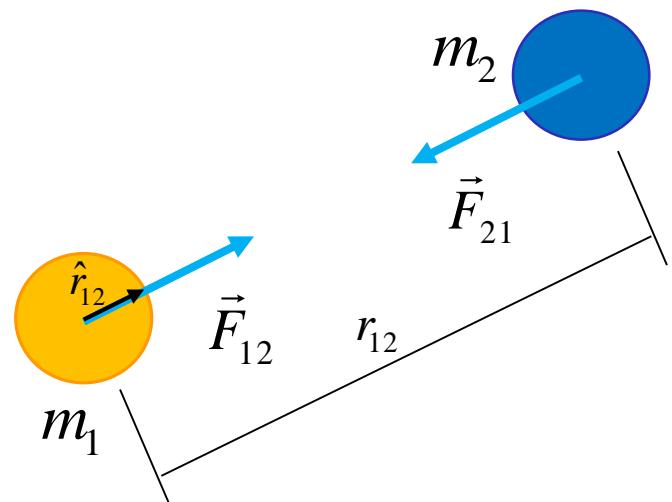


Newtonov zakon gravitacije

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

\hat{r}_{12} jedinični vektor

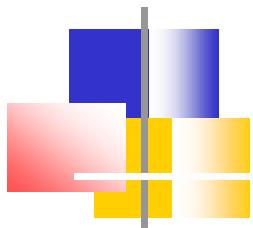
$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kgs}^2)$ gravitacijska konstanta



Primjer.

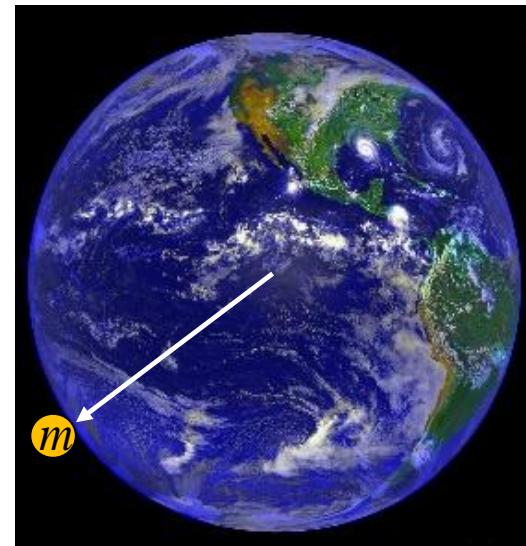
Izračunajte gravitacijsko privlačenje između dva studenta udaljena 1m.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \frac{70\text{kg} \cdot 90\text{kg}}{(1\text{m})^2} \approx 4.2 \times 10^{-7} \text{ N}$$



$$F = G \frac{m M_E}{R_E^2} = m \left(G \frac{M_E}{R_E^2} \right) = mg$$

$$g = G \frac{M_E}{R_E^2}$$

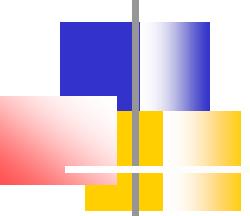


M_E, R_E - masa i radijus Zemlje

Gravitacijska potencijalna energija

$$E_p = -G \frac{M_E m}{r}$$

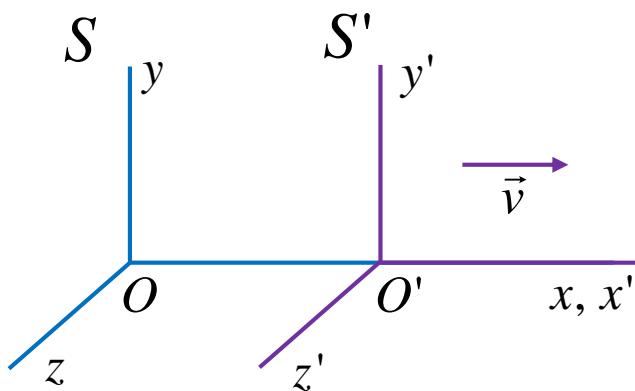
gravitacijska potencijalna energija mase m u gravitacijskom polju Zemlje, gdje je prepostavljeno da je potencijalna energija u beskonačnosti nula



Osnove relativističke mehanike

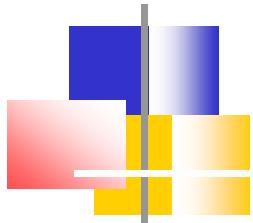
Inercijalni sustavi su sustavi

- u kojima vrijede Newtonovi zakoni
- u kojima vrijedi Galilejev princip relativnosti
- koji se jedan u odnosu na drugog gibaju jednoliko po pravcu ili miruju



Ako je S inercijalni sustav, tada je inercijalni svaki drugi sustav S' koji u odnosu na njega miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Svi inercijalni sustavi su međusobno ekvivalentni; ne možemo ustanoviti koji sustav miruje, a koji se jednoliko giba ([Galilejev princip relativnosti](#)).



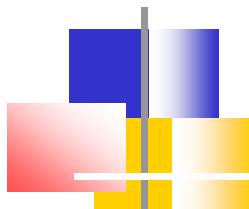
Specijalna teorija relativnosti zasniva se na dva postulata:

1. Principu relativnosti koji kaže da u inercijalnim sustavima sve prirodne pojave teku na isti način
2. Jednakosti brzine svjetlosti u svim inercijalnim sustavima

$$c \approx 2.997925 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Iz ovih postulata, kao posljedica, izlaze Lorentzove transformacije za prijelaz iz sustava $S(x,y,z,t)$ u sustav $S'(x',y',z',t')$ koji se giba brzinom v duž x osi

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Relativistička dinamika

Zakon očuvanja količine gibanja u skladu je s teorijom relativnosti ako se količina gibanja definira

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Također, kinetička energija se definira

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - mc^2$$

koja je razlika ukupne energije $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$ i energije mirovanja mc^2

Iz izraza za količinu gibanja i kinetičku energiju dobijamo

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$



Dodatni materijali

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/energy-skate-park>

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/gravity-force-lab>

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/gravity-and-orbits>